تخمین پارامتر مقیاس‌بندی در مدل آریا-پاریس بر پایه هندسه فرکتال‌ها

مرتضی صادقی[۱]، عزیزالله ایزدی[۱] و بیژن قهرمان[۲]

[۱]دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه فردوسی مشهد، [۲]دانشیار گروه مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد

مقدمه

مدل آریا و پاریس [۱] یک مدل تجربی-فیزیکی برای تخمین منحنی مشخصه رطوبتی خاک از روی توزیع اندازه ذرات خاک می‌باشد. این مدل ابتدا برای یک خاک ایده‌آل، که همه ذرات آن کروی و دارای آرایش مکعبی باشند، ارائه گردید و سپس برای خاک‌های طبیعی با یک پارامتر مقیاس بندی، α، اصلاح شد. (α=log N/log n، که n تعدا ذرات کروی با قطر مشخص که در یک طول مشخص از نمونه خاک بر روی هم واقع می‌شوند و N تعداد ذرات واقعی با همان قطر در همان طول از نمونه خاک می‌باشد). در مدل اولیه آریا و پاریس [۱] مقدار α برای همه خاک‌ها ثابت و برابر با ۱/۳۸ فرض گردید. اما در مطالعات بعدی آریا و همکاران [۲] نشان دادن که α به بافت خاک و قطر ذرات نیز وابسته می‌باشد. تایلر و ویتکرفت [۵] نشان دادند که α دارای ماهیت بعد فرکتالی طول است و از این طریق توانستند راهی برای دست‌یابی به آن پیدا کنند. هدف از این تحقیق ارزیابی، مقایسه و صحت‌سنجی روش‌های مذکور در براورد α می‌باشد.

مواد و روشها

در این تحقیق تعداد ۲۰ خاک از بانک UNSODA [۴] با بافت‌های شن، شن لومی، لوم و رس انتخاب شدند. برای رسیدن به منحنی‌های پیوسته، جهت سهولت در محاسبات، مدل‌های توزیع گاما و ون‌گنوختن [۶] به ترتیب بر روی توزیع اندازه ذرات و منحنی رطوبتی خاک‌ها با استفاده از نرم افزارهای متلب (نسخه 7.4.0) و RETC [۷] برازش داده شدند.

برای محاسبه بعد فرکتالی جرم، روش تایلر و ویتکرفت [۵] پی گرفته شد. بر این اساس، قطر ذرات خاک در چند نقطه به طور اختیاری (در محدوده ۰/۰۰۰۱ تا ۰/۲ سانتی‌متر) فرض گردید. فراوانی تجمعی هر ذره، F_i، از روی مدل گامای برازش داده شده محاسبه گردید و آن‌گاه تعداد ذرات با قطر بزرگتر از آن ذره، N_i، در واحد جرم خاک از رابطه زیر محاسبه گردید:

$$N_i = (1 - F_i)/m_i \qquad (۱)$$

که m_i جرم ذره‌ای به قطر R_i می‌باشد و با فرض چگالی ۲/۶۵ (گرم بر سانتی‌متر مکعب) برای ذرات خاک، می‌تواند از رابطه زیر به دست آید:

$$m_i = 2.65 * (4/3)\pi R_i^3 \qquad (۲)$$

آن‌گاه بعد فرکتالی جرم از رابطه تایلر و ویتکرفت، ($D_m=\log N_i/\log (1/R_i)$)، با محاسبه شیب خط برازش داده شده بر روی نقاط $\log N_i$ در برابر $\log (1/R_i)$ تعیین گردید و با اضافه کردن ۲ واحد به آن به بعد فرکتالی طول تبدیل گردید [۵]. روش آریا و همکاران [۲] نیز به کار گرفته شد. بدین منظور از روش α ثابت (روش سوم در مقاله آریا و همکاران،[۲]) برای هر خاک استفاده شد. در این تحقیق همچنین استفاده از بیش از یک بعد فرکتالی که توسط

کراوچنکو و ژانگ [۳] پیشنهاد گردید، به کار گرفته شد. به این ترتیب که منحنی $\log N_i$ در برابر $\log (1/R_i)$ در دو یا سه قسمت خطی فرض شد و شیب هر خط برازش داده شده به عنوان بعد فرکتالی در آن اندازه ذرات تعیین شد.

نتایج و بحث

روش بر پایه فرکتال تایلر و ویتکرفت [۵] غالباً یک بیش برآورد را در پیش‌بینی‌ها نشان داد. اما استفاده ازچند بعد فرکتالی توانست به نسبت نتایج را بهبود بخشد. هرچند استفاده از چند بعد فرکتالی منجر به تخمین‌های بسیار بدی در بخش اشباع منحنی رطوبتی گشته و منحنی‌های پیش‌بینی شده با این روش دارای گسستگی و شکل نامناسبی بودند.
برای مقایسه کمی بین منحنی‌های رطوبتی پیش‌بینی شده از روش های مختلف با هم و با مقادیر اندازه‌گیری شده، از پارامتر میانگین لگاریتم خطای مطلق، MLAE، مطابق زیر استفاده گردید:

$$MLAE = 1/n \sum_{i=1}^{n} log|hm_i - hp_i| \qquad (۳)$$

که n تعداد نقاط بررسی شده و hm_i و hp_i به ترتیب مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده مکش در هر درصد رطوبت موردنظر می‌باشند. مقادیر میانگین MLAE برای خاک‌های هر کلاس بافتی و برای همه خاک‌ها از روش‌های مختلف در جدول (۱) گزارش شده است.

جدول ۱- مقادیر میانگین MLAE از روش‌های مختلف برای هر بافت خاک

	=1.38α	α برابر با بعد فرکتالی	α برابر با بعد فرکتالی چندتایی	روش آریا و همکاران (۱۹۹۹)
شن	۳/۰۶۲	۳/۳۱۹	۳/۱۴۵	۳/۱۹۵
شن لومی	۲/۶۹۴	۳/۰۰۰	۲/۰۶۱	۱/۹۲۹
لوم	۲/۷۲۲	۲/۶۹۹	۲/۹۶۱	۲/۵۰۰
رس	۲/۰۳۵	۲/۵۳۸	۲/۴۴۱	۱/۷۲۹
همه خاک‌ها	**۲/۵۰۳**	**۲/۷۵۲**	**۲/۵۲۶**	**۲/۲۲۷**

همان‌طور که از جدول (۱) برمی‌آید، به طور کلی مدل آریا-پاریس برای خاک‌های بررسی شده منجر به پیش‌بینی‌های خیلی دقیقی نشده است. همچنین تفاوت خطاهای حاصل از روش‌های مختلف نشان می‌دهد که مدل آریا-پاریس به مقدار پارامتر مقیاس‌بندی، α، حساس است و باید روش مناسبی برای تعیین دقیق این پارامتر به کار گرفته شود.
از میان چهار روش به کار رفته، روش آریا و همکاران [۲] طبق انتظار در اکثر موارد منجر به بهترین تخمین‌ها شده است، چراکه این مقادیر با در دست داشتن منحنی‌های رطوبتی اندازه‌گیری شده به دست آمده‌اند. اگرچه در بعضی موارد حتی این روش نیز منجر به تخمین‌های نامناسبی شده است. این حالت مربوط به زمانی است که α با تغییر قطر ذرات خاک به شدت تغییر می‌کند و نمی‌توان کل منحنی رطوبتی را با یک مقدار ثابت α مقیاس کرد. نکته جالب توجه عملکرد به نسبت خوب روش اولیه آریا-پاریس [۱]، یعنی منظور کردن مقدار ۱/۳۸ برای α می‌باشد. کار با مقدار ثابت ۱/۳۸ در اکثر موارد منجر به نتایج بهتری نسبت به تخمین‌های بر پایه فرکتال شده است و این نشان از مناسب بودن این مقدار برای α می‌باشد. هرچند باید این مساله برای خاک‌های بیشتری آزمون شود تا بتوان به نتیجه‌گیری‌های قابل اعتمادی رسید.

منابع

[1] Arya, L.M. and J.F. Paris. 1981. A physicoempirical model to predict soil moisture characteristics from particle-size distribution and bulk density data. Soil Sci. Soc. Am. J. 45, 1023-1030.
[2] Arya, L.M., F.J. Leij, M.Th. van Genuchten and P.J. Shouse. 1999. Scaling parameter to predict the soil water characteristic from particle-size distribution data. Soil Sci. Soc. Am. J. 63: 510-519.

[3] Kravchenko, A., and R. Zhang. Estimating the soil water retention from particle-size distribution: a fractal approach. 1998. Soil Sci. 163: 171-179.
[4] Leij, F.J., Alves, W.J., Van Genuchten, M.Th., and Williams, J.R. 1999. The UNSODA unsaturated soil hydraulic database. p. 1269–1281. In M.Th. van Genuchten et al. (ed.) Characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media. Univ. of California, Riverside, CA.
[5] Tyler, S.W. and S.W. Wheatcraft. 1990. Fractal processes in soil water retention. Water Resour. Res. 26(5): 1047-1054.
[6] van Genuchten, M.TH. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44: 892-898.
[7] van Genuchten, M.Th., F.J. Leij, , and S.R. Yates. 1992. The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. Project summary, EPA'S Robert S. Kerr Environmental Research Lab., Ada ,OK, USA.