برآورد بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر و ویت‌کرفت با استفاده از شاخص‌های تجربی

شیوا محمدیان خراسانی*[۱]، مهدی همایی، ابراهیم پذیرا[۲]
۱ و ۲- به ترتیب دانشجوی دکتری، گروه خاکشناسی؛ دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه آزاد اسلامی؛ واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
و
استاد گروه آبیاری و زهکشی؛ دانشگاه تربیت مدرس؛ تهران؛ ایران
استاد؛ گروه خاکشناسی؛ دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی؛ دانشگاه آزاد اسلامی؛ واحد علوم و تحقیقات؛ تهران؛ ایران

چکیده

ساختمان خاک از مهم‌ترین ویژگی‌های فیزیکی خاک است که بسیاری از خصوصیات شیمیایی، فیزیکی و بیولوژیک خاک را از خود متأثر می‌سازد. اندازه‌گیری پایداری ساختمان خاک عموماً زمان‌بر و گران بوده و از طرفی دیگر، برای اینکه بتوان ساختمان خاک را به‌صورت یک ویژگی قابل اندازه‌گیری بیان کرد، به یک مفهوم کمّی نیاز است. کمّی‌سازی ساختمان خاک بر اساس ارزیابی غیرمستقیم پارامترهای آن از روی داده‌های حاصل از فرآیندهای خاک انجام می‌شود. بدین منظور، تعداد ۴۱ نمونه خاک دست‌نخورده برداشت و جرم ویژه ظاهری خاکدانه‌ها و فراوانی نسبی اندازه آن‌ها در دو حالت خشک و تر اندازه‌گیری و سپس بُعد فرکتالی هر یک از نمونه‌ها با استفاده از مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت تعیین شد. نتایج این پژوهش نشان داد که با در اختیار داشتن دو شاخص تجربی میانگین وزنی و هندسی قطر خاکدانه‌ها می‌توان به‌طور مستقیم بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت را بدست آورد.

واژه‌های کلیدی: بُعد فرکتالی، ساختمان خاک، شاخص تجربی

مقدمه

خاک مجموعه‌ای از مواد معدنی، آلی، آب، هوا و میکروارگانیسم‌ها می‌باشد. این محیط طبیعی در مکان‌ها و زمان‌های مختلف، خواص فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیک متفاوتی دارد (Brewer and Sleeman, 1960; Dexter, 1988). ارزیابی کمّی ساختمان خاک، موضوعی کلیدی در مدیریت منابع خاک و آب می‌باشد که با هدف بالا بردن توان تولید پایدار منابع، مورد توجه قرار می‌گیرد (Lal and Pierce, 1991). این ویژگی در زمان و مکان متغیر بوده و بنابراین تخمین ویژگی‌های خاک، کاری دشوار به‌شمار می‌آید (Mapa *et al.*, 1986; Messing and Jarvis, 1993). استفاده از روش‌های کلاسیک برای تعیین یا کمّی‌سازی ساختمان خاک، پرهزینه و زمان‌بر است. بنابراین پژوهشگران تلاش کرده‌اند تا از روش‌هایی که دارای بیش‌ترین دقت و کم‌ترین هزینه در زمان کوتاه‌تری هستند، استفاده کنند. ساختمان خاک به‌طور مستقیم اندازه‌گیری نمی‌شود بلکه با بیان شاخص‌هایی توصیف می‌گردد. در نتیجه، تخمین بُعد فرکتالی توزیع اندازه خاکدانه‌ها و میانگین وزنی و هندسی قطر خاکدانه‌ها بسیار مهم و ضروری است.

از هندسه فرکتالی برای توصیف خصوصیات ساختمان خاک و تأثیر ساختمان بر فرآیندهای فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیک خاک استفاده شده است (Lipiec *et al.*, 1998; Senesi, 2000). روش‌های فرکتالی برای بیان تغییرپذیری زمانی، مفید می‌باشند (Eghball and Power, 1995). از روش‌های فرکتالی برای تشخیص تغییرات کوتاه‌مدت و بلندمدت پارامترهای جمع‌آوری شده می‌توان استفاده کرد. در هندسه فرکتالی، پیچیده بودن خاک‌ها و ویژگی‌های آن‌ها با بُعدهای فرکتالی نشان داده می‌شوند (Mandelbrot, 1982; Feder, 1988; Gouyet, 1992). تغییرپذیری در محیط‌های متخلخل مانند محیط غیرهمگن خاک را باید از طریق بُعدهای فرکتالی که در مقیاس‌های مختلف متفاوت هستند، مورد مطالعه قرار داد (Seuront *et al.*, 1999; Lee, 2002; Lin, 2008). برای اندازه‌گیری ساختمان خاک دو روش به‌واسطه بُعد فرکتالی

وجود دارد. روش مستقیم، نخستین و صحیح‌ترین روش است که در آن ساختمان خاک تصویر می‌شود. سپس واحدهای ساختمانی به‌صورت مستقیم اندازه‌گیری شده و با آنالیز آن، بُعد فرکتالی برای توزیع اندازه ذرات تخمین زده می‌شود (Pachepsky *et al*., 1996; Dathe *et al*., 2001).

طی مطالعه‌ای، Dathe *et al*. (۲۰۰۱) نشان دادند که بُعد فرکتالی نه تنها برای بیان توصیف کمّی از پیچیدگی ساختمان خاک کاربرد دارد، بلکه می‌تواند درک درستی از فرآیندهایی که در شکل‌گیری ساختمان خاک دخالت دارند را نیز ارائه دهد. روش‌هایی چند برای بدست آوردن بُعد فرکتالی پدیده‌ها مورد استفاده قرار گرفته که اغلب آن‌ها تجربی می‌باشند. بُعد شکل‌های هندسی در هندسه اقلیدسی، عددی صحیح و برای شکل‌های فرکتالی عددی غیرصحیح است. فرکتال‌ها از روش‌های مهم و نوین برای مدل‌سازی و بیان کمّی ویژگی‌های خاک می‌باشند (Young *et al*., 2001). بنابراین در این پژوهش، بر اساس رابطه‌ای که بین بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت و دو شاخص تجربی میانگین وزنی و هندسی قطر خاکدانه‌ها برقرار شده می‌توان با در اختیار داشتن این دو شاخص تجربی، بدون نیاز به محاسبه دیگر پارامترهای مدل فرکتالی، بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت را برآورد کرد.

مواد و روش‌ها

نمونه‌های خاک از ۴۱ نقطه، به‌صورت چند ریز نمونه مرکب از عمق ۳۰-۰ سانتی‌متری خاک برداشت و پس از انتقال به آزمایشگاه، برای تعیین توزیع اندازه خاکدانه‌ها با سری الک‌های خشک و تر در دمای آزمایشگاه هوا خشک شدند. برای محاسبه شاخص‌های پایداری خاکدانه‌ها از دو مدل تجربی و مدل فیزیکی جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت توزیع تجمعی جهت برازش توزیع جرم-اندازه خاکدانه‌ها در دو حالت خشک و تر استفاده شد.

برای بدست آوردن میانگین وزنی قطر خاکدانه‌ها از رابطه Van Bavel (۱۹۴۹) استفاده شد:

$$MWD = \sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i w_i \qquad (۱)$$

در این معادله، $\bar{x}_i$ میانگین قطر خاکدانه‌ها در هر کلاس اندازه، w_i نسبت وزن خاکدانه‌های خشک باقی‌مانده روی هر الک به وزن کل خاکدانه‌ها و n تعداد الک‌ها می‌باشد.

میانگین هندسی قطر خاکدانه‌ها نیز از رابطه Mazurak (۱۹۵۰) بدست آمد:

$$GMD = \exp\left[\left(\sum_{i=1}^{n} w_i \log \bar{x}_i \right) / \sum_{i=1}^{n} w_i \right] \qquad (۲)$$

در این معادله، w_i وزن خاکدانه‌ها در هر یک از کلاس‌ها با میانگین قطر $\bar{x}_i$ و $\sum w_i$ وزن کل خاک می‌باشد.

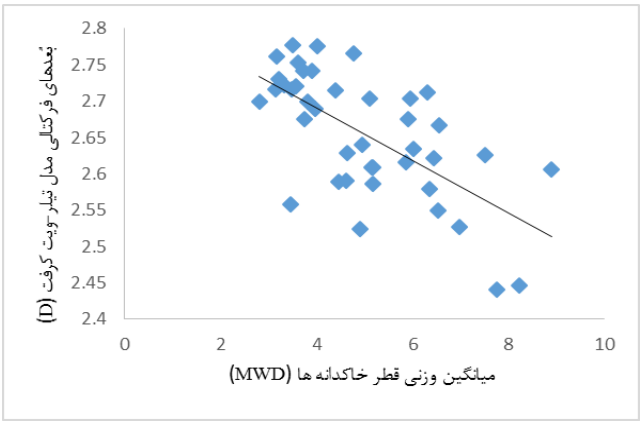
بُعد فرکتالی خاکدانه‌ها نیز با استفاده از مدل جرم-اندازه Tyler-Wheatcraft (۱۹۹۲) بدست آمد:

$$M(r < R) / MT = (R / RL)^{3-D} \qquad (۳)$$

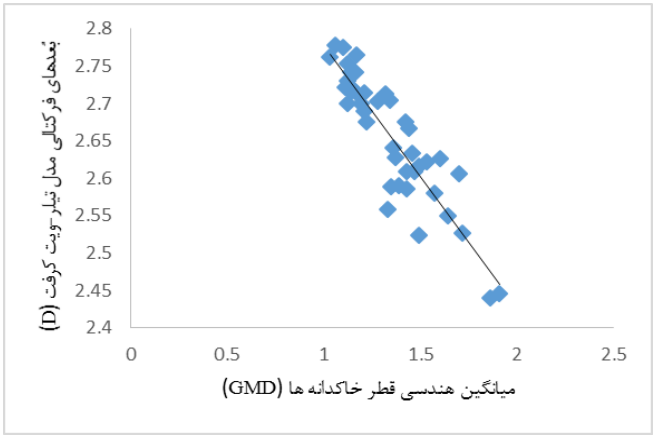
در این معادله، $M(r<R)$ جرم تجمعی خاکدانه‌های با اندازه r، M_T جرم کل، R_L پارامتری که اندازه بزرگ‌ترین خاکدانه را تخمین می‌زند و D بُعد فرکتالی می‌باشد.

نتایج و بحث

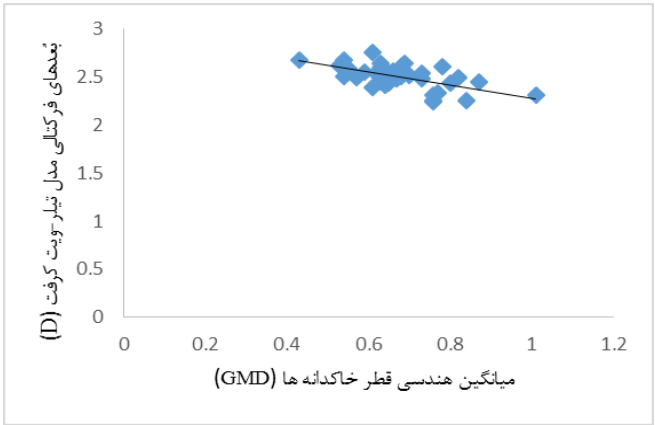
شکل‌های ۱، ۲ و ۳ رابطه بین دو شاخص تجربی با بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت را در دو سری الک خشک و تر نشان می‌دهد. همانطور که این شکل‌ها نشان می‌دهند، میانگین وزنی قطر خاکدانه‌ها در سری الک خشک با بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت دارای یک رابطه خطی و کاهشی است. لیکن میانگین هندسی قطر خاکدانه‌ها با بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت در سری الک خشک رابطه عکس داشته که این رابطه، تأکیدی بر کاهش پایداری خاکدانه‌ها با افزایش بُعد فرکتالی می‌باشد. از طرفی دیگر، در سری الک تر تنها میانگین هندسی قطر خاکدانه‌ها با بُعد فرکتالی مدل مذکور رابطه عکس دارد. بنابراین می‌توان به این نتیجه دست یافت که رطوبت باعث افزایش شیب خط این رابطه کاهشی شده است.



شکل ۱- رابطه بُعد فرکتالی مدل در حالت الک خشک و میانگین وزنی قطر خاکدانه‌ها



شکل ۲- رابطه بُعد فرکتالی مدل در حالت الک خشک و میانگین هندسی قطر خاکدانه ها



شکل ۳- رابطه بُعد فرکتالی مدل در حالت الک تر و میانگین هندسی قطر خاکدانه‌ها

در واقع با مقابل هم قرار دادن دو شاخص فیزیکی و تجربی پایداری خاکدانه‌ها خطی بین این دو، برازش داده می‌شود که با توجه به رابطه برقرار شده بین این دو شاخص می‌توان با در اختیار داشتن میانگین وزنی و هندسی قطر خاکدانه‌ها، بُعد فرکتالی مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت را برآورد کرد. جدول ۱ برآورد بُعد فرکتالی مدل را با در اختیار داشتن دو شاخص تجربی نشان می‌دهد.

جدول ۱- برآورد بُعد فرکتالی مدل با در اختیار داشتن دو شاخص تجربی پایداری خاکدانه‌ها

مدل	بُعد فرکتالی الک خشک	بُعد فرکتالی الک تر
مدل جرم-اندازه تیلر-ویت‌کرفت	-۰/۳۵ GMD +۳/۱۳	-۰/۶۸ GMD +۲/۹۷
	-۰/۰۴ MWD +۲/۸۴	

منابع

Brewer R. and Sleeman J.R. 1960. Soil structure and fabric: their definition and description. Soil Sci. J. 11: 172-185.
Dathe A., Eins S., Niemeyer J. and Gerold G. 2001. The surface fractal dimension of the soil–pore interface as measured by image analysis. Geoderma. 103: 203–229.
Dexter A.R. 1988. Advances in characterization of soil structure. Soil Till. Res. 11: 199-238.
Eghball B. and Power J.F. 1995. Fractal description of temporal yield variability of ten crops in the United States. Agron. J. 87: 152-156.
Feder J. 1988. Fractals. New York: Plenum Press.
Gouyet J.F. 1992. Physique et Structures Fractals. Masson, Paris.
Lal R. and Pierce F.J. 1991. The vanishing resource. pp. 1–5. In Lal R. and Pierce F.J.
Lee C.K. 2002. Multifractal characteristics in air pollutant concentration time series. Water, Air and Soil Pollution. 135: 389-409.
Lin D.C. 2008. Factorization of joint multifractality. Physica: 3461-3470.
Lipiec J., Hatano R. and Slowinska-Jurkiewicz A. 1998. The fractal dimension of pore distribution patterns in variously-compacted soil. Soil Till. Res. 47: 61-66.
Mandelbrot B.B. 1982. The fractal geometry of nature. W. H. Freeman, San Francisco, USA.
Mapa R.B., Green R.E. and Santo L. 1986. Temporal variability of soil hydraulic properties with wetting and drying subsequent to tillage. Soil Sci. Soc. Am. J. 50: 1133-1138.
Mazurak A.P. 1950. Effect of gaseous phase on water–stable synthetic aggregates. Soil Sci. 69: 135–148.
Messing I. and Jarvis N.J. 1993. Temporal variation in the hydraulic conductivity of tilled clay soil as measured by tension infiltrometers. Soil Sci. J. 44: 11-24.
Pachepsky Y.A., Yakovchenko V., Rabenhorst M.C., Pooley C. and Sikora L.J. 1996. Fractal parameters of pore surface as derived from micromorphological data: effect of long–term management practices. Geoderma. 74: 305–319.
Senesi N. 2000. Fractal in general soil science and in soil biology and biochemistry. Soil Biol. 9: 415-472.
Seuront L., Schmitt F., Lagadeuc Y., Schertzer D. and Lovejoy S. 1999. Universal multifractal analysis as a tool to characterize multiscale intermittent patterns: Example of phytoplankton distribution in turbulent coastal waters. Plankton Res. J. 21: 877-922.
Tyler S.W. and Wheatcraft S.W. 1992. Fractal scaling of soil particle–size distributions: analysis and limitations. Soil Sci. Soc. Am. J. 56: 362–369.
Van Bavel C.H.M. 1949. Mean weight–diameter of soil aggregation as a statistical index of aggregation. Soil Sci. Soc. Am. J. 14: 20-23.
Young I.M., Crawford J.W. and Rappoldt C. 2001. New method and models for characterizing structural heterogeneity of soil. Soil Till. Res. 61: 33-45.

Estimating the fractal dimension of the mass-size Tyler and Wheatcraft model using empirical indexes

S. Mohammadian Khorasani*[1], M. Homaee[2], E. Pazira[3]
1- PhD Student, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran
2- Professor, Department of Irrigation and Drainage, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
3- Professor, Department of Soil Science, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran

Abstract
Soil structure is one of the most important soil physical properties which affects the chemical, physical and biological activities of soil. Measuring the stability of soil structure is generally time-consuming and expensive. In the other hand, to be able to measure the soil structure, a quantitative expression is needed. Indirect quantification of soil structure is usually based on an assessment of the available soil processes. For this purpose, a number of 41 undisturbed soil samples were taken from the study area and their bulk density and particle size distributions for both dry and wet sieves were measured. The fractal dimension of each sample was obtained, using the mass model of Tyler-Wheatcraft. The results showed that by having two empirical indexes of weighted mean diameter and geometric mean diameter of the soil aggregate, one can obtain the fractal dimension from Tyler-Wheatcraft model.

Keywords: empirical index; fractal dimension; soil structure