



## مقایسه مدل های کاپیلاری مختلف برای پیشبینی هدایت هیدرولیکی با استفاده از منحنی رطوبتی خاک

لیلا اسماعیل نژاد<sup>۱</sup>، مهدی شرفا<sup>۲</sup> و جواد سیدمحمدی<sup>۳</sup>  
 ۱- دانشجوی دکتری علوم خاک دانشگاه تهران، ۲- دانشیار گروه علوم خاک دانشگاه تهران، ۳- دانشجوی دکتری علوم خاک دانشگاه تبریز

### چکیده

هدایت هیدرولیکی نسبی دو خاک رسی و شنی از روی منحنی رطوبتی آنها و بر اساس معادله ونگنوختن در ترکیب با سه مدل کاپیلاری مختلف (معلم، بوردین، فت و دیکسترا) پیشبینی شده و برای محاسبه مقدار و سرعت نفوذ بر طبق راه حل سری فیلیپ مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج بدست آمده با نتایج اصلی فیلیپ برای خاک رسی و داده‌های اندازه‌گیری شده خاک شنی مقایسه شدند. برای خاک رسی، نتایج حاصل از دو مدل کاپیلاری معلم و بوردین، مقدار و سرعت نفوذ را نسبت به نتایج بدست آمده توسط فیلیپ به شدت کم برآورد میکنند، در حالیکه مدل فت و دیکسترا نتایجی بسیار نزدیک به داده‌های فیلیپ دارد. همچنین در مورد خاک شنی نیز دو مدل کاپیلاری معلم و بوردین کم برآورد داشته ولی مدل فت و دیکسترا نتایج رضایت بخشی ارائه میکنند. بنابراین منحنی هدایت هیدرولیکی برآورد شده با مدل فت و دیکسترا میتواند نتایج قابل قبولتری نسبت به سایرین ارائه کند.

واژه‌های کلیدی: منحنی رطوبتی خاک، هدایت هیدرولیکی، کاپیلاری، نفوذپذیری

### مقدمه

شناخت خواص هیدرولیکی خاک برای مطالعه حرکت آب و املاح در منطقه غیر اشباع آن کاملاً ضروری است. این ویژگیها شامل منحنیهای رطوبتی و هدایت هیدرولیکی خاک میباشدند. تعیین منحنی رطوبتی معمولاً ساده است ولی بدست آوردن منحنی هدایت هیدرولیکی مشکل و زمانبر است. همین موضوع منجر به بسط مدل‌های پیش بینی منحنی هدایت هیدرولیکی از منحنی رطوبتی خاک شده است. هدایت هیدرولیکی نسبی از رابطه  $k_r = k(\theta)/k_s \theta_s$  بدست می‌آید که  $k_r$  هدایت هیدرولیکی نسبی،  $k(\theta)$  هدایت

هیدرولیکی در رطوبت  $\theta$  و  $k_s$  و  $\theta_s$  بترتیب هدایت هیدرولیکی و رطوبت در نقطه اشباع میباشدند. در بین معادلات مختلف، مدل ونگنوختن بدلیل انعطاف پذیری زیاد، به‌وفور جهت تعیین منحنی رطوبتی خاک استفاده میشود و معمولاً در ترکیب با مدل کاپیلاری معلم (۱۹۷۶) برای پیش بینی هدایت هیدرولیکی خاک بکار میرود. در این تحقیق، ترکیب مدل ونگنوختن با سه معادله کاپیلاری مختلف شامل معلم (۱۹۷۶)، بوردین (۱۹۵۳)، فت و دیکسترا (۱۹۵۱) جهت تخمین هدایت هیدرولیکی نسبی مورد مقایسه قرار گرفتند. سپس خواص خاک بدست آمده از این سه رابطه جهت محاسبه چهار عبارت سری فیلیپ (۱۹۶۹) برای خاک رسی سبک یولو<sup>۱</sup> و شن گرنوبل<sup>۲</sup> بکار رفتند. در مورد خاک رسی سبک یولو، نتایج بدست آمده با داده‌های اصلی فیلیپ مقایسه شد در حالیکه برای شن گرنوبل نتایج حاصل با داده‌های اندازه گیری شده مورد مقایسه قرار گرفتند.

### مواد و روشها

معادله ونگنوختن برای تشریح منحنی رطوبتی خاک بصورت زیر است:

$$S = [1 + (h/h_0)^n]^{-m} \quad (1)$$

که در این معادله S درجه اشباع موثر،  $S = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$ ، رطوبت باقیمانده،  $\theta_s$  رطوبت اشباع، h مکش بر حسب سانتیمتر و m و n پارامترهای شکل هستند. ونگنوختن (۱۹۸۰) نشان داد که اگر  $m=1-1/n$  برای مدل معلم و  $m=1-2/n$  در مدل بوردین باشد هدایت هیدرولیکی نسبی میتواند به فرم بسته بیان شود که برای مدل معلم:

$$k_r = \sqrt{s} \left[ 1 - (1 - s^{1/m})^m \right]^2 \quad (2)$$

<sup>۱</sup>Yolo light clay  
<sup>۲</sup>Grenoble sand

و برای مدل بوردین:

$$k_r = s^2 \left[ 1 - \left( 1 - s^{1/m} \right)^m \right]^1 \quad (3)$$

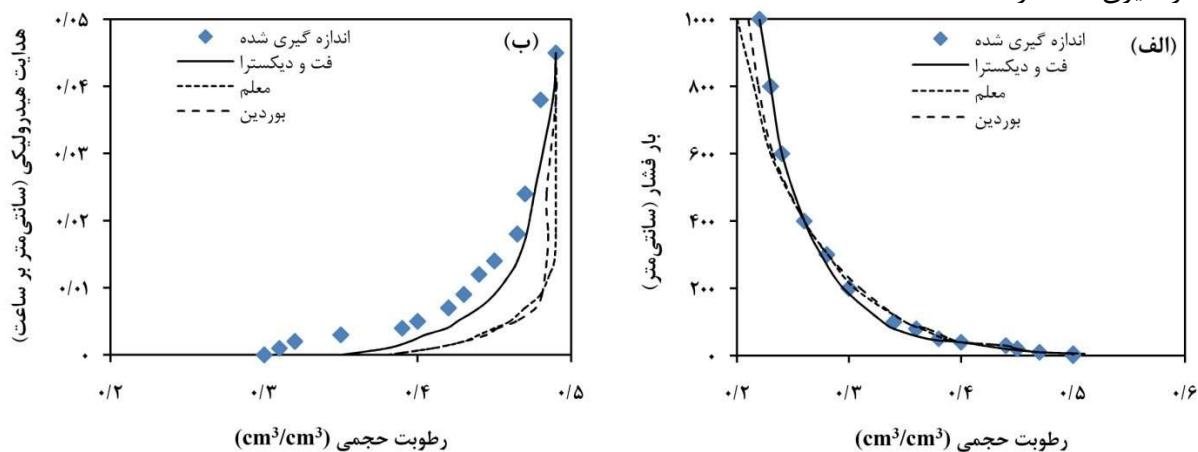
ترکیب معادله (۱) با مدل کاپیلاری فت و دیکسترا، نمیتواند بصورت یک مدل بسته بیان شود اما اگر  $m = 1 - 2.5/n$  فرض شود یک مدل تخمینی بسیار خوب بدست میآید:

$$k_r = s^{(2+2.5mn)} \quad (4)$$

دادهها برای خاک رسی سبک یولو از پایگاه اطلاعاتی فیلیپ (۱۹۶۹) و برای شن گرنوبل از منبع توما و واکلین (۱۹۸۶) اخذ شد.

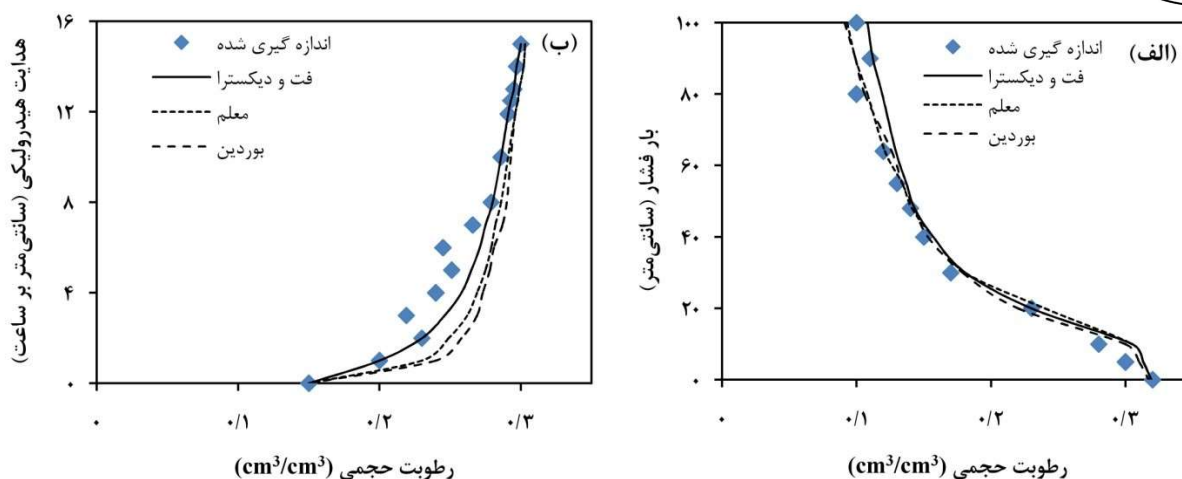
### نتایج و بحث

نقاط تو پر در اشکال ۱ و ۲ به ترتیب دادههای مربوط به خاک یولو و گرنوبل میباشدند. در شکلهای ۱ و ۲ قسمت الف مربوط به منحنی رطوبتی و قسمت ب مربوط به هدایت هیدرولیکی میباشدند. در حالیکه منحنیهای رطوبتی برازش یافته در هر سه مدل به سختی قابل تشخیص هستند اما منحنیهای هدایت هیدرولیکی کاملاً متمایز و قابل تشخیص میباشدند. برای خاک رسی سبک یولو، هدایتهای هیدرولیکی پیشبینی شده بوسیله مدل‌های کاپیلاری معلم و بوردین بشدت کم برآورد شده ولی پیشبینیهای مدل فت و دیکسترا به خصوص در مقادیر رطوبت زیاد، بیشتر به دادههای اندازهگیری شده نزدیک بودند. در مورد خاک شنی گرنوبل به نسبت خاک رسی دو مدل معلم و بوردین برآورد کمتری داشته ولی منحنی حاصل از مدل فت و دیکسترا برازش قابل قبولی بر دادههای اندازهگیری شده دارد.



شکل ۱۰ - مقایسه بین منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی برآورد شده از سه مدل کاپیلاری مختلف با دادههای اندازهگیری شده برای خاک رسی سبک یولو

## چهاردهمین کنگره علوم خاک ایران - فیزیک خاک و رابطه آب، خاک و گیاه



شکل ۱۱ - مقایسه بین منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی برآورد شده از سه مدل کاپیلاری مختلف با داده‌های اندازه‌گیری شده برای خاک شنی گرنوبل

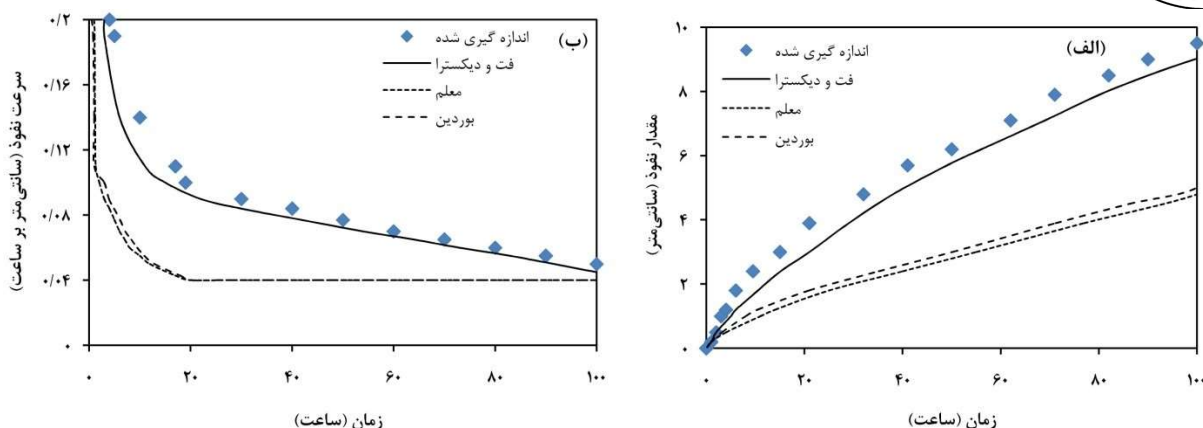
به منظور تعیین کیفیت تخمین هر یک از سه مدل، چهار عبارت از سری راه حل فیلیپ (۱۹۶۹) که بصورت  $s_1, \dots, s_4$  بیان میشوند با استفاده از ویژگی‌های بدست آمده از سه مدل فوق محاسبه و در مورد خاک رسی سبک یولو با مقادیر بدست آمده از آزمایشات فیلیپ مقایسه شد که در جدول ۱ آورده شده است. در این جدول همچنین  $t_{grav}$  که بیان کننده محدوده زمانی است که بیش از آن زمان راه حل سری‌های فیلیپ معتبر نیست و نمودار به سمت بینهایت میل میکند نیز آورده شده است. با توجه به داده‌های ارائه شده در این جدول، دو عبارت اول محاسبه شده بوسیله مدل‌های کاپیلاری معلم و بوردین کمتر از نصف مقادیری است که فیلیپ بدست آورده است. اما مقادیر بدست آمده از مدل فت و دیکسترا خیلی نزدیک به مقادیر واقعی بودند.

جدول ۱ - مقایسه چهار عبارت محاسبه شده سری راه حل فیلیپ و  $t_{grav}$  با مقادیر بدست آمده توسط فیلیپ

| عبارت                     | فیلیپ                   | معلم                    | بوردین                  | فت و دیکسترا            |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $S_1 (cm \cdot h^{-1/2})$ | ۷۵۲۴/۰                  | ۲۷۴/۰                   | ۳۳۳۶/۰                  | ۶۴۶۹/۰                  |
| $S_2 (cm \cdot h^{-1})$   | $۶۷۵/۱ \times 10^{-10}$ | $۴۳۱/۵ \times 10^{-10}$ | $۸۱۹/۶ \times 10^{-10}$ | $۹۰۳/۱ \times 10^{-10}$ |
| $S_3 (cm \cdot h^{-2/2})$ | $۰۳۵/۳ \times 10^{-10}$ | $۰۵۸/۲ \times 10^{-10}$ | $۷۳۰/۱ \times 10^{-10}$ | $۲۷۱/۴ \times 10^{-10}$ |
| $S_4 (cm \cdot h^{-2})$   | $۱۶۱/۱ \times 10^{-10}$ | $۱۷۰/۳ \times 10^{-10}$ | $۶۷۲/۴ \times 10^{-10}$ | $۰۸۳/۱ \times 10^{-10}$ |
| $t_{grav} (h)$            | ۲۹۰                     | ۳۹                      | ۵۷                      | ۲۱۳                     |

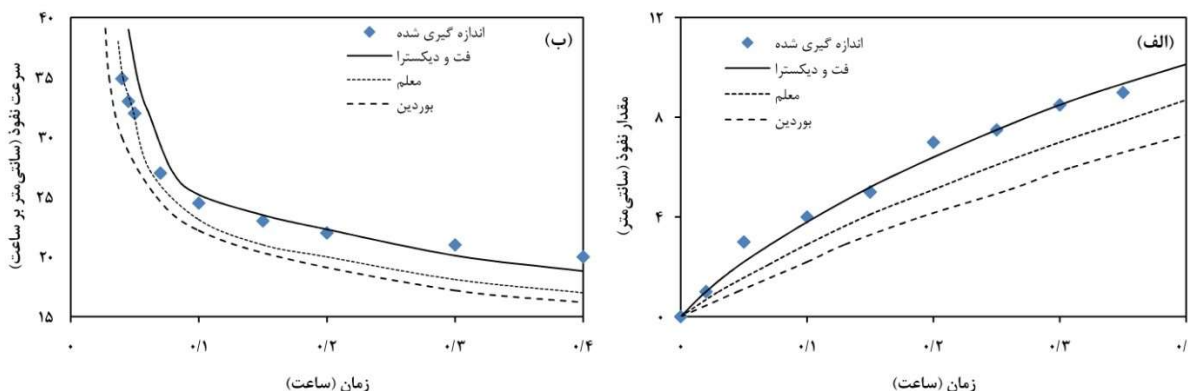
شکل ۳، مقایسه مقادیر نفوذ (الف) و سرعت نفوذ (ب) برآورد شده با سه مدل کاپیلاری را با مقادیر اصلی فیلیپ تا  $t=100h$  نشان میدهد که عملاً دو برابر  $t_{grav}$  معلم و بوردین و نصف فت و دیکسترا میباشد. در زمان  $t=100h$  نفوذ محاسبه شده بوسیله دو مدل اول نصف مقادیر فیلیپ است. ولی تفاوت بین مقادیر نفوذ یافته برآورد شده بوسیله مدل فت و دیکسترا با مقادیر فیلیپ کمتر از ۱۰ درصد است. با توجه به شکل ۳ قسمت ب،  $t_{grav}$  در مدل معلم و بوردین باید خیلی قبلتر از  $t_{grav}$  فیلیپ بکار برده شود (تقریباً در  $t=t_{grav}/3$ ) در غیر این صورت سرعت نفوذ نهایی باید کمتر از هدایت هیدرولیکی اشباع باشد که از نظر مفهوم فیزیکی آن کاملاً اشتباه خواهد بود. سرعت نفوذ بدست آمده از مدل فت و دیکسترا تطابق خوبی بر داده‌های فیلیپ دارد.

## چهاردهمین کنگره علوم خاک ایران - فیزیک خاک و رابطه آب، خاک و گیاه



شکل ۱۲ - مقایسه بین مقادیر (الف) و سرعت (ب) نفوذ برآورد شده برای خاک رسی یولو بوسیله سه مدل کاپیلاری مختلف با مقادیر محاسبه شده فیلیپ (۱۹۶۹)

شکل ۴ قسمتهای الف و ب به ترتیب مقادیر و سرعت نفوذ بدست آمده از سه مدل مختلف و دادههای اندازه‌گیری شده خاک شنی گرنوبل را نشان می‌دهند. نتایج بدست آمده از دو مدل اول مثل خاک رسی یولو کم برآورد داشته ولی میزان کم برآوردش کمتر از خاک رسی است. ولی نتایج حاصل از مدل فت و دیکسترا خیلی شبیه به دادههای اندازه‌گیری شده میباشد. به احتمال زیاد کم برآوردی دیده شده در دو مدل اول به دلیل اشتقاق هدایت هیدرولیکی از بار فشار میباشد که مقدار بار فشار هنگامیکه پارامتر  $n$  در معادله (۱) کمتر از ۲ برای مدل معلم و کمتر از ۳ برای مدل بوردین باشد به سمت بینهایت میل کرده که این مورد اغلب در خاکهای ریز بافت دیده میشود. ولی دادههای هدایت هیدرولیکی بدست آمده از مدل فت و دیکسترا به خوبی بر دادههای اندازه‌گیری شده منطبق بوده و مقادیر نامتناهی و بینهایت را ارائه نمی‌کند. بنابراین مدلهای کاپیلاری معلم و بوردین نتایج قابل قبولتری برای خاکهای درشت بافت ارائه داده ولی مناسب خاکهای ریز بافت نمیباشند. در حالیکه مدل فت و دیکسترا نتایج رضایت بخشی برای هر دو گروه خاک ارائه میدهد.



شکل ۱۳ - مقایسه بین مقادیر (الف) و سرعت (ب) نفوذ برآورد شده برای خاک شنی گرنوبل بوسیله سه مدل کاپیلاری مختلف با مقادیر اندازه‌گیری شده

(Brutsaert ۲۰۰۰) Brutsaert نشان داد که هر دو مدل معلم و بوردین اعوجاج خاک را فقط بر اساس اندازه بزرگترین حفرات پر شده بوسیله آب مورد نظر قرار داده‌اند ولی مدل فت و دیکسترا مسیرهای اعوجاج را از درون هر حفره نه تنها براساس اندازه بزرگترین حفرات، بلکه براساس تمام حفرات پر شده بوسیله آب بیان میکند. این امر میتواند دلیل تطابق بهتر این مدل با دادههای اندازه‌گیری شده باشد.

### منابع

Brutsaert W. ۲۰۰۰. A concise parameterization of the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Adv. in Water Resour., ۲۳:۸۱۱-۸۱۵.



- Burdine N.T. ۱۹۵۳. Relative permeability calculation from pore size distribution data. Trans. Am. Inst. Min. Eng., ۱۹۸:۷۱-۷۸.
- Fatt I. and Dykstra H. ۱۹۵۱. Relative permeability studies. Trans Am. Inst. Min. Eng., ۱۹۲:۲۴۹-۲۵۵.
- Mualem Y. ۱۹۷۶. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., ۱۲:۵۱۳-۵۲۲.
- Philip J.R. ۱۹۶۹. Theory of infiltration. In: Advances in Hydroscience, ۵, Ven Te Chow (Editor), Academic Press, N.Y., pp. ۲۱۵-۲۹۶.
- Touma J. and Vauclin M. ۱۹۸۶. Experimental and numerical analysis of two-phase infiltration in a partially saturated soil. Trans. Porous Media, ۱:۲۷-۵۵.

#### Abstract

The relative hydraulic conductivity relations of two contrasted soils, a clay and a sand, are predicted from their water retention expressed by the equation of van Genuchten in combination with three capillary models (Mualem, Burdine and Fatt and Dykstra) and used to compute infiltration amounts and rates according to the series Philip solution. The results are compared to the original results of Philip for the clay soil and to experimental data for the sandy soil. For the clay soil, the results obtained with the first two capillary models are severely underestimated unlike those of the third one which are very close to the results of Philip. For the sandy soil also, the results of the first two models are underestimated while those of the third one are very satisfactory. It is concluded that the conductivity curve predicted with capillary model of Fatt and Dykstra is reliable.