ارزیابی دامنه ابعاد فراکتالی و دقت مدل‌های گوناگون توزیع اندازه ذرات و خاکدانه‌های ریز و درشت

محمد جره [۱]، حسین بیات [۲]، علی اکبر صفری سنجانی [۳]، ناصر دواتگر [۴]، احسان ابراهیمی [۵]
۱-دانش آموخته کارشناسی ارشد فیزیک و حفاظت خاک دانشگاه بو علی سینا همدان، ۲- استادیار گروه خاکشناسی دانشکده کشاورزی دانشگاه بوعلی سینای همدان، ۳- دانشیار گروه خاکشناسی دانشکده کشاورزی دانشگاه بوعلی سینای همدان، ۴- استادیار گروه خاکشناسی موسسه تحقیقات برنج کشور، ۵- باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان واحد کرمانشاهدانشگاه آزاد اسلامی کرمانشاه

چکیده
در سال‌های اخیر استفاده از مدل‌های فراکتالی و مفاهیم آن، رشد چشمگیری در علوم خاک داشته است. در این پژوهش، دقت برخی از مدل‌های شاخص فراکتالی در برازش بر توزیع اندازه ذرات و خاکدانه‌های ریز و درشت با یکدیگر مقایسه و محدوده ابعاد آن‌ها تعیین شد. بدین منظور تعداد ۱۲۹ نمونه خاک از مکان‌های معین بر پایه سری‌های غالب خاک‌های استان‌های همدان و گیلان جمع‌آوری گردید. سپس مدل‌های فراکتالی تیلر و ویتکرافت، بیرد و همکاران، پریر و بیرد، یانگ و همکاران و کراوچنکو و زانک بر داده‌های توزیع اندازه ذرات و خاکدانه‌های درشت و ریز برازش شد. نتایج نشان داد در بین مدل‌های توزیع اندازه ذرات، خاکدانه‌های درشت و ریز، بیشترین مقدار ضریب تعیین و کم‌ترین مقدار مجذور میانگین مربعات خطا به ترتیب مربوط به مدل‌های پریر و بیرد، بیرد و تیلر و ویتکرافت بود. محدوده ابعاد فراکتالی نیز برای هر مدل و در هر توزیع متفاوت بود.

واژه‌های کلیدی: فراکتال، توزیع اندازه ذرات، خاکدانه‌های ریز

مقدمه
در سال‌های اخیر هندسه فراکتالی و مفاهیم آن تبدیل به ابزاری مهم در اغلب علوم طبیعی مانند فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی، هواشناسی، علم مواد و علوم خاک شده است (ایزدی، ۱۳۷۷). بسیاری از پیشرفت‌ها و نوآوری‌ها در برآورد ویژگی‌های هیدرولیکی، مانند نگهداری آب خاک (تیلر و ویت کرافت، ۱۹۹۰)، جریان آب در خاک اشباع (راولز و همکاران، ۱۹۹۳)، جریان آب در خاک غیراشباع (زو، ۲۰۰۴)، بوسیله فراکتال‌ها و مدل‌های فراکتالی به دست آمده است. هندسه فراکتالی در بسیاری از موارد برای شرح غیریکنواختی (یا ناهمگنی) در یک محدوده گسترده‌ای از پروسه‌های طبیعی بهره‌گیری می‌شود؛ مانند سیستم‌های فیزیکی و شیمیایی خاک (ارساهین وگونل، ۲۰۰۶). تیلر و ویت کرافت (۱۹۸۹ و ۱۹۹۲) رابطه توزیع اندازه ذرات را با نگهداری آب خاک بوسیله هندسه فراکتالی با موفقیت گزارش کردند.

با توجه به اینکه علم فراکتال در دنیا به‌تندی در حال پیشرفت می‌باشد، دانستن کیفیت و ارزش مدل‌های گوناگون فراکتالی و همچنین دامنه ابعاد فراکتالی مدل‌های موجود در خاک، نیازی است که لزوم بررسی و پژوهش بیشتر در این زمینه را نمایان می‌کند. از آنجا که توزیع منافذ و ذرات خاک بر روی بسیاری از خصوصیات خاک تاثیر گذار می‌باشند و از طرفی این دو ویژگی رفتار فراکتالی از خود نشان داده و در بسیاری از مدل‌های فراکتالی مورد استفاده قرار می‌گیرند، تعیین بعد فراکتالی آنها اهمیت پیدا می‌نماید (تیلر و ویت کرافت ۱۹۹۲). هدف این تحقیق عبارت بود از ارزیابی اعتبار مدل‌های فراکتالی توزیع خاکدانه‌های درشت و ریز شامل ۳ مدل تیلر و ویت کرفت (۱۹۹۲)، بیرد و همکاران (۲۰۰۰) و مدل پریر و بیرد (۲۰۰۲ و ۲۰۰۳) و مدل‌های فراکتالی توزیع اندازه ذرات خاک، شامل ۴ مدل یانگ و همکاران (۱۹۹۳)، بیرد و همکاران (۲۰۰۰)، مدل پریر و بیرد (۲۰۰۲ و ۲۰۰۳) و کراوچنکو و زانک (۱۹۹۸) و بررسی دامنه ابعاد فراکتالی آن‌ها.

مواد و روش‌ها
برای انجام این پژوهش تعداد ۱۲۹ نمونه دست‌خورده از لایه سطحی[۷۳] (۰ تا ۳۰سانتی‌متر) و زیرسطحی[۷۴] (۳۰ تا ۶۰ سانتی‌متر) نقاط مختلف استان همدان (۶۹ نمونه) و گیلان (۶۰ نمونه) بر پایه سری خاک‌ها، نمونه‌برداری شد. آزمایش‌های فیزیکی شامل اندازه‌گیری توزیع اندازه ذرات(PSD)[۷۵] (گی و ار ، ۲۰۰۲)، توزیع اندازه خاکدانه‌های ریز(ASD[۷۶]) (گی و ار ، ۲۰۰۲)) و درشت (MAS D[۷۷]) (یودر، ۱۹۳۶) بود که بر روی نمونه‌ها انجام شدند. خاکدانه‌های درشت در پنج کلاس با اندازه ۲۵/۰ تا ۵/۰، ۵/۰ تا ۰/۱، ۰/۱ تا ۰/۲، ۰/۲ تا ۷۵/۴ و ۷۵/۴ تا ۰/۸ میلی‌متر تفکیک گردیدند.

---
۷۳. Top soil
۷۴. Sub soil
۷۵.particle size distribution
۷۶ . Aggregate size distribution
۷۷.Macro aggregate size distribution

برای بدست آوردن منحنی PSD ابتدا خاك هوا خشک‌شده و سپس از الك ۲ mmعبور داده شد. برای بدست آوردن اجزای ذرات شن در از الك و برای بدست آوردن اجزای ذرات سیلت و رس از روش هیدرومتری (گی و ار ، ۲۰۰۲) با حدود ۱۰ قرائت استفاده شد. بدست آوردن منحنی ASD مشابه PSD خاک انجام شد. با این تفاوت که اولا محلول دیسپرس کننده، در نمونه‌های خاک برای به دست آوردن توزیع اندازه خاکدانه‌های ریز بهره‌گیری نشد و دوم اینکه پس از اتمام قرائت‌های هیدرومتر، تلاش می‌شود که خاکدانه‌ها به آرامی و با دقت بالا بر روی الک ۵۳ μm قرار گیرند و به‌گونه‌ای شسته شوند که خاکدانه‌های خاک شکسته نشوند. تفاوت سوم این دو روش نیز بهره‌گیری از الک تر به‌جای الک خشک برای به دست آوردن خاکدانه‌ها در اندازه شن بود.

مدل‌های فراکتالی توزیع اندازه خاکدانه‌های درشت و ریز

مدل تیلر و ویت کرفت (۱۹۹۲):

$$\frac{M(x<X)}{Mt}=\left(\frac{x}{XL}\right)^{3-D_m} \quad (۱)$$

در فرمول فوق Dm : بعد فراکتال جرمی، M(x<X): جرم تجمعی خاکدانه‌ها بر روی غربال‌ها با اندازه‌های کوچک‌تر از X ، Mt : جرم کل خاکدانه‌ها (باقی‌مانده بر روی تمام غربال‌ها) ،XL : بالاترین اندازه روزنه غربال که برابر با ۰/۸ mm برای خاکدانه‌های درشت و ۰/۲ mm برای خاکدانه‌های ریز است، x : میانگین قطر خاکدانه‌ها در هر کلاس. Dm در فرمول فوق با رگرسیون لگاریتمی داده‌ها پس از الك خشك بدست می‌آید (گولسر، ۲۰۰۶). ولی در این مطالعه توزیع اندازه خاکدانه‌ها که از روش الك تر بدست آمد در مدل فوق مورد استفاده قرار گرفت. در این مدل چگالی ظاهری و شکل خاکدانه‌ها مستقل از مقیاس فرض می‌شود. دو مدل بیرد و همکاران (۲۰۰۰) و مدل پریر و بیرد (۲۰۰۲ و ۲۰۰۳) نیز به طور مشترک برای PSD و خاکدانه‌ها برازش شدند که مدل‌های آن‌ها در بخش محاسبه بعد فراکتالی PSD خاک شرح داده‌شده است.

مدل‌های فراکتالی توزیع اندازه ذرات خاك

تعداد کلاس‌های اندازه ذرات از ۱۴ تا ۱۹ متغیر بود. برای محاسبه بعد فراکتالی Dm ،PSD، سه مدل زیر بر داده‌های PSD برازش گردید:

الف- مدل یانگ و همکاران (۱۹۹۳)

$$\frac{M(r<R_i)}{M_T}=\left(\frac{R_i}{R_{\max}}\right)^{3-D_m} \quad (۲)$$

در فرمول فوق M : جرم تجمعی ذرات از کوچک‌ترین کلاس تا کلاس i ام ،MT: جرم کل ذرات خاك، Ri: قطر ذرات (mm) در کلاس i ام ،Rmax : قطر ذرات در بزرگ‌ترین کلاس (mm)،Dm: بعد فراکتالی جرمی توزیع اندازه ذرات.

ب- مدل کراوچنکو وزانک (۱۹۹۸):

$$M(r<Ri)=\exp\left[Ln\,c+\left(\frac{3D^2-13D+14}{D^2-5D+4}+1\right)Ln\,Ri\right] \quad (۳)$$

در فرمول بالا M : جرم تجمعی ذرات از کوچک‌ترین کلاس تا کلاس i ام، C: ثابت، D: بعد فراکتال جرمی، Ri: قطر ذرات (μm) در کلاس i ام

ج - مدل بیرد و همکاران (۲۰۰۰):

در این مدل، توزیع تجمعی جرم ذرات جامد مدل فراکتال منفذ-جامد PSF[۷۸] بر PSD و خاکدانه‌ها بکار رفت:

$$Ms(d\le d_i)=cd_i^{3-D} \quad (۴)$$

در فرمول بالا، Ms(d di) : جرم یا حجم تجمعی عناصر از کوچک به بزرگ که می‌تواند ذرات جامد و یا منافذ باشد. در مورد منافذ حجم تجمعی بکار می‌رود، di: حد بالایی اندازه عناصر در هر کلاس اندازه (خاکدانه‌ها، منافذ یا ذرات)،D : بعد فراکتالی جرمی توزیع اندازه خاکدانه‌ها، ذرات یا منافذ، C: ثابت مدل. مدل PSF با فرض تناسب میان توزیع منافذ و ذرات جامد است و از آن برای محاسبه بعد فراکتالی PSD و هم توزیع اندازه منافذ استفاده می‌شود. پریر و همکاران (۱۹۹۹) گزارش کردند که هم‌فاز جامد و هم منافذ را می‌توان با توزیع قانون توانی مدل‌سازی کرد.

د- مدل پریر و بیرد (۲۰۰۲ و ۲۰۰۳):

۷۸. Pore-solid fractal

$$M(x \leq xi) = (D-3)(LD-3)\, xi^{3-D} \qquad (5)$$

در فرمول فوق $M(x \leq xi)$ جرم خاک یا درصد جرمی خاک تشکیل‌شده از واحدهایی (مانند ذرات اولیه، ذرات خردشده و خاکدانه‌های ریز) با قطر کوچک‌تر یا مساوی xi، $(1>)$ ثابت مدل، L: حد بالایی اندازه ذرات در هر کلاس اندازه، D: بعد فراکتال جرمی توزیع اندازه ذرات یا خاکدانه‌ها می‌باشند. یک نکته مهم اینکه، روابط اندازه و جرم فراکتالی بر پایه فرض یکسان بودن جرم مخصوص ظاهری می‌باشند (میلان و همکاران، ۲۰۰۶).

برای بررسی دقت و قابلیت اعتماد PTF های ایجادشده (نقطه‌ای یا پارامتریک) از معیارهای ضریب تبیین (R^2) و مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده شد.

نتایج و بحث

مقایسه دقت مدل‌های فراکتالی برازش شده با یکدیگر

دقت این مدل‌ها با بهره‌گیری از آماره‌های R^2 و RMSE (برای ۱۲۹ نمونه خاک استفاده‌شده در این پژوهش)، با یکدیگر مقایسه شدند. همچنین مقادیر کم‌ترین، بیشترین و میانگین دامنه ابعاد فراکتالی بدست آمده از هر مدل نیز در جدول ۱ آورده شده است. در بین مدل‌های PSD، بیشترین اندازه R^2 و کم‌ترین اندازه RMSE به ترتیب ۸۶/۰ و ۴/۱۰ مربوط به مدل پریر و بیرد (۲۰۰۲ و ۲۰۰۳) بود. پس از آن به ترتیب مدل‌های کراوچنکو و زانگ (۱۹۹۸)، مدل بیرد (۲۰۰۰) و نهایتاً مدل یانگ و همکاران از نظر دقت برازش قرار گرفتند.

جدول ۱- بررسی و مقایسه مدل‌های فراکتالی برازش شده

		R^2	RMSE	بعد ماکزیمم	بعد مینیمم	میانگین ابعاد فراکتالی
–	مدل‌های فراکتالی	میانگین (۸۹/۰)	میانگین (۵۸/۵۳)	–	–	(۸۲/۲)
۱	مدل یانگ و همکاران (PSD)	(۰۸/۰) (۸۶/۰)	(۰۴/۱۱)	۹۵/۲	۶۱/۲	(۰۶/۰) (۷۶/۲)
۲	مدل پریر و بیرد (PSD)	(۰۹/۰) (۸۵/۰)	(۱۲/۵)۴/۱۰	۹۱/۲	۵/۲	(۰۸/۰) (۷۶/۲)
۳	مدل بیرد (PSD)	(۱۱/۰) (۸۶/۰)	(۸۲/۶) ۱/۱۱	۹۱/۲	۵/۲	(۰۷/۰) (۵۶/۱)
۴	مدل کراوچنکو و زانگ (PSD)	(۰۹/۰) (۸۳/۰)	(۶۳/۵) ۸/۱۰ (۵۶/۳۱)	۱۵/۲	۵۱/۱	(۰۶/۰) (۷۸/۲)
۵	مدل تیلر و ویت کرفت (ASD)	(۰۹/۰) (۸۱/۰)	(۰۴/۱۰)	۹۰/۲	۵۸/۲	(۰۶/۰) (۷۲/۲)
۶	مدل پریر و بیرد (ASD)	(۰۹/۰)	(۵۸/۳) ۱۶/۹	۸۸/۲	۲۸/۲	(۰۸/۰) (۷۱/۲)
۷	مدل بیرد (ASD)	۸۱/۰ (۱/۰) (۶۸/۰)	(۷۷/۳) ۲۱/۹	۸۸/۲	۴۸/۲	(۰۸/۰) (۷۷/۳)
۸	مدل تیلر و ویت کرفت (MASD)	(۲۵/۰) (۹۱/۰)	(۰۸/۹)۵۲/۳۳	۱/۴	۷/۲	(۲۳/۰) (۳۱/۲)
۹	مدل پریر و بیرد (MASD)	(۰۸/۰) (۹۱/۰)	(۴۶/۱)۴/۲	۹۹/۲	۲۳/۰	(۷۸/۰) (۳۱/۲)
۱۰	مدل بیرد (MASD)	(۰۸/۰	(۶۳/۱) ۴۷/۲	۹۸/۲	۲۳/۰	(۷۸/۰

مقادیر داخل پرانتز در هر بخش، انحراف استاندارد ان بخش می‌باشد.

شاید یکی از دلایل بالا بودن RMSE مدل یانگ و همکاران (۵۸/۵۳) نسبت به سه مدل دیگر، این باشد که مدل یانگ و همکاران تنها یک فراسنجه را برازش می‌کند در حالی که سه مدل دیگر PSD هر کدام دو فراسنجه را تخمین می‌زنند (جدول ۱). همچنین دلیل دیگر پایین بودن دقت مدل یانگ و همکاران، می‌تواند بزرگتر بودن انحراف استاندارد RMSE این مدل باشد (جدول ۱) که نشان دهنده آن است که پراکنش داده‌ها در مدل یانگ و همکاران بیشتر از سه مدل دیگر است. این موضوع برای سه مدل دیگر PSDنیز صادق است و مدل‌های برگزیده به ترتیب انحراف استاندارد کمتری نسبت به دیگر مدل‌ها دارند. بیات و همکاران(۲۰۱۱) با مقایسه دقت برازش سه مدل فراکتالی یانگ و همکاران (۱۹۹۳)، بیرد و همکاران (۲۰۰۰) و میلان و همکاران (۲۰۰۳) بر PSD دریافتند که

بیشترین خطا و کم‌ترین R^2 مربوط به مدل یانگ و همکاران (۱۹۹۳) و در مقابل کم‌ترین مقادیر خطا و بیشترین R^2برای مدل میلان و همکاران (۲۰۰۳) بدست آمد و مدل بیرد و همکاران (۲۰۰۰) حالت حد واسط داشت.

با مقایسه مدل‌های فراکتالی برازش شده بر ASD (مدل‌های ۵ تا ۷ در جدول ۱)، می‌توان دریافت که بیشترین اندازه R^2 و کم‌ترین اندازه RMSE به ترتیب ۸۱/۰ و ۱۶/۹ مربوط به مدل پریر و بیرد بود. پس از آن مدل بیرد و در نهایت مدل تیلر و ویتکرفت قرار گرفتند. که می‌توان دلیل پایین بودن آماره‌های دقت مدل تیلر و ویتکرفت را همانند مدل یانگ و همکاران، تک فراسنجه ای بودن این مدل دانست. با مقایسه مدل‌های فراکتالی برازش شده بر MASD نیز معین شد که بیشترین اندازه R^2 و کم‌ترین اندازه RMSE به ترتیب ۹۱/۰ و ۴۰/۲ مربوط به مدل پریر و بیرد بود. سپس مدل بیرد و نهایت مدل تیلر و ویت کرفت قرار گرفتند. همانند مدل‌های PSD و ASD، تفاوت اندازه R^2 و RMSE در بین سه مدل توزیع اندازه خاکدانه‌های درشت به طور قابل‌توجهی بالا بوده و نشان می‌دهد که مدل‌های پریر و بیرد و بیرد که دارای دو فراسنجه می‌باشند نسبت به مدل تک فراسنجه‌ای تیلر و ویت کرفت برازش بسیار بهتری داشتند. در هر دو بخش ASD و MASD نیز مدل‌های برگزیده دارای انحراف استاندارد کمتری نسبت به دیگر مدل‌ها در هر دو بخش R^2 و RMSE بودند. بیات و همکاران (۲۰۱۱) با مقایسه دقت برازش سه مدل ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱)، تایلر و ویت کرفت (۱۹۹۲) و بارتولی و همکاران (۱۹۹۱) بر توزیع اندازه خاکدانه‌ها دریافتند که بیشترین مقدار خطا برای مدل ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱) بدست آمد که نشان‌دهنده کمتر بودن دقت این مدل در مقایسه با دو مدل دیگر است. آن‌ها نشان دادند که مدل بارتولی و همکاران (۱۹۹۱) کم‌ترین مقدار خطا و بیشترین R^2را نشان داد و مدل تیلر و ویت کرفت از این نظر حالت حد واسط را داشت و تمامی این تفاوت‌ها معنی‌دار بودند.

بررسی دامنه ابعاد فراکتالی:

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌گردد دامنه ابعاد فراکتالی در مدل‌های مختلف و همچنین در هر بخش PSD، خاکدانه‌های ریز و درشت با یکدیگر متفاوت بودند. مقادیر ماکزیمم و مینیمم و میانگین بعد فراکتالی در هر بخش در جدول ۱ آورده شده است. در بخش PSD، بزرگ‌ترین میانگین ابعاد فراکتالی به ترتیب در مدل‌های یانگ و همکاران، بیرد، پریر و بیرد و کراوچنکو و زانک بودند (به‌ترتیب ۸۲/۲، ۷۶/۲، ۷۶/۲، ۵۶/۱) که محدوده ابعاد فراکتالی در دو مدل پریر و بیرد و بیرد با یکدیگر مشابه بودند که شاید دلیل این تشابه در اصول ساختاری دو مدل نهفته باشد. در بخش ASD، بیشترین میانگین ابعاد فراکتالی به ترتیب مربوط به مدل تیلر ویت کرافت، پریر و بیرد و بیرد بود (به‌ترتیب ۷۸/۲، ۷۲/۲، ۷۱/۲) و در بخش MASD نیز بیشترین میانگین ابعاد فراکتالی به‌ترتیب مربوط به مدل تیلر ویت کرافت، پریر و بیرد و بیرد بود (به‌ترتیب ۳۱/۲،۳۱/۲،۷۷/۳) که در این بخش نیز ابعاد فراکتالی دو مدل بیرد و پریر و بیرد با یکدیگر برابر بودند. اما به طور کلی بیشترین میزان بعد فراکتالی به ترتیب در بخش PSD، MASD و سپس ASD و کم‌ترین میزان بعد فراکتالی نیز به ترتیب در بخش ASD، MASD و PSD به دست آمد. این یافته که اکثر ابعاد فراکتالی مدل‌ها در جدول ۱، محدوده‌ای بین ۰ - ۳ دارند نشان‌دهنده این است که مدل‌های مذکور، توزیع فراکتالی ذرات، خاکدانه‌های ریز و خاکدانه‌های درشت را تایید می‌کند. نکته حائز اهمیت در نتایج جدول ۱، حداکثر بعد فراکتالی (۱/۴) در مدل تیلر و ویت کرافت برای خاکدانه‌های درشت است. بر اساس مدل فراکتالی تورکات (۱۹۸۶) مقادیر D باید کوچک‌تر از ۳ باشد. چرا که اگر ۳D باشد یعنی احتمال تفکیک ذرات بزرگ‌تر از ۱ است و از نظر فیزیکی بی‌معنی می‌باشد. پرفکت و همکاران (۱۹۹۲) با مطالعه ابعاد فراکتالی توزیع اندازه- تعداد(D_n) و توزیع اندازه - جرم(D_m) مشاهده کردند که دامنه تغییرات D_n از ۶۷/۰ تا ۹۲/۳ و برای D_m از ۷۹/۰ تا ۰۶/۴ بود. محققان دیگری نیز ۳D را گزارش نموده‌اند (لاگسدون، ۱۹۹۵ ؛ تیلر و ویت کرفت، ۱۹۸۹). چند فراکتالی بودن ASD از دیگر دلایل بزرگ‌تر بودن بعد فراکتالی از ۳ است (بیات و همکاران ۲۰۱۱). برای چنین مدل‌هایی باید توجه ویژه‌ای به تخمین اندازه مشخصه ذرات (برای یک کلاس) صورت گیرد و میانگین گیری ریاضی برای بدست آوردن اندازه ویژه (هر کلاس) نباید انجام شود (کزاك و همکاران، ۱۹۹۶). روش‌های اندازه‌گیری دانسیته ظاهری خاکدانه‌ها نیز بسیار دقیق نیستند (چپیل، ۱۹۵۰) و می‌توانند یکی از دلایل ۳D > باشد (لاگسدون، ۱۹۹۵). با نگاهی کلی به تمام مدل‌های فراکتالی برازش شده بر داده‌ها این نکته دریافت می‌شود که مدل پریر و بیرد نسبت به دیگر مدل‌ها، دقت برازش بالاتری دارد. همچنین محدوده ابعاد فراکتالی برای هر مدل و در هر توزیع متفاوت بود.

منابع

ایزدی، ف. و حداد، ش. و مشکسار، م.(۱۳۷۷).هندسه فراکتال و بازتاب آن در معماری. مجله پژوهش شماره ۵۶. صفحه‌های ۷۶ تا ۸۱.

Bartoli F., PHilippy R., Doirisse M., Niquet S. and Dubuit M. ۱۹۹۱.Structure and self-similarity in silty and sandy soils: The fractal approach. J. Soil Sci, ۴۲: ۱۶۷-۱۸۵.

Bayat H., Neyshabouri M.R., Mohammadi K. and Nariman-Zadeh N. ۲۰۱۱.Estimating Water Retention with Pedotransfer Functions Using Multi-Objective Group Method of Data Handling and ANNs. PedospHere, ۲۱ : ۱۰۷-۱۱۴.

Bird N.R.A., Perrier E. and Rieu M. ۲۰۰۰.The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. Eur. J. Soil Sci, ۵۱: ۵۵-۶۳.

Chepil W.S. ۱۹۵۰. Methods of estimating apparent density of discrete soil grains. Soil Sci, ۷۰: ۳۵۱ - ۳۶۲.

Ersahin S., Gunal H., Kutlu T., Yetgin B. and Coban S. ۲۰۰۶.Estimating specificsurface area and cation exchange capacity in soils using fractal dimension of particle-sizedistribution. Geoderma, ۱۳۶ : ۵۸۸-۵۹۷.
Gee G.W. and Or D. ۲۰۰۲. Particle - Size Analysis. In: Warren, A. D. (ed) Methods of Soil Analysis. Part ۴. Physical Methods. Soil Science Society of America Inc, pp. ۲۵۵-۲۹۵.
Kravchenko A., Zhang R. ۱۹۹۸.Estimating the soil water retention from particle-size distributions: a fractal approach.Soil Sci, ۱۶۳, ۱۷۱- ۱۷۹.
Kozak E., Pachepsky Y. A., Sokolowski S., Sokolowska Z. and Stepniewski W. ۱۹۹۶. A modified number-based method for estimating fragmentation fractal dimensions of soils. Soil Sci. Am. J, ۶۰ : ۱۲۹۱ - ۱۲۹۷.
Logsdon S.D. ۱۹۹۵. Analysis of aggregate fractal dimensions and aggregate densities back-calculated from hydraulic conductivity. Soil Sci. Soc. of Am. J, ۵۹ : ۱۲۱۶ - ۱۲۲۱.
Millan H., Gonzalez-Posada M., Aguilar M., Dominguez J. and Cespedes L. ۲۰۰۳.On the fractal scaling of soil data" Particle-size distributions. Geoderma, ۱۱۷: ۱۱۷-۱۲۸.
Perfect E., Rasiah V. and Kay B.D. ۱۹۹۲. Fractal dimensions of soil aggregate-size distributions calculated by number and mass. Soil Sci. Soc. Am. J, ۵۶: ۱۴۰۷-۱۴۰۹.
Perrier E., Bird N. and Rieu M. ۱۹۹۹.Generalizing the fractal model of soil structure: the pore-solid fractal approach. Geoderma, ۸۸: ۱۳۷-۱۶۴.
Perrier E., Bird N. ۲۰۰۲.Modelling soil fragmentation: the PSF approach.Soil Tillage Res, ۶۴, ۹۱-۹۹.
Perrier E.M.A., Bird N.R.A. ۲۰۰۳.The PSF model of soil structure: a multiscale approach. In: Pachepsky, Ya., Radcliffe, D.E., Selim, H.M. (Eds.), Scaling Methods in Soil Physics.
Rawls W.J., Brakensiek D.L. and Logsdon S.D. ۱۹۹۳.Predicting saturated hydraulic conductivity utilizing fractal principles. Soil Sci. Soc. Am. J, ۵۷:۱۱۹۳-۱۱۹۷.
Riue M. and Sposito G. ۱۹۹۱.Fractal fragmentation, soil porosity and soil water properties. I. Theor" Soil Sci. Soc. Am. J, ۵۵: ۱۲۳۱-۱۲۳۸.
Tyler S.W. and Wheatcraft S.W. ۱۹۸۹. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation.Soil Sci. Soc. Am. J, ۵۳: ۹۸۷-۹۹۶.
Turcotte D.L. ۱۹۸۶. Fractal and fragmentation. J. Geophys. Res, ۹۱(B۲): ۱۹۲۱ - ۱۹۲۶.
Tyler S.W. and Wheatcraft S.W. ۱۹۹۰.Fractal process in soil water retention. Water Resour. Res, ۲۶: ۱۰۴۷-۱۰۵۴.
Tyler S.W. and Wheatcraft S.W. ۱۹۹۲. Fractal scaling of soil particle-size distribution: analysis and limitations. Soil Sci. Soc. Am. J, ۵۶ : ۳۶۲-۳۶۹.
W sten J.H.M., Pachepsky Y. and Rawls W.J. ۲۰۰۱.Pedotransfer functions: bridging the gap between available basic soil data and missing soil hydraulic characteristics. J. Hydrol, ۲۵۱ : ۱۲۳-۱۵۰.
Xu Y.F. and Ping D. ۲۰۰۴.Fractal approach to hydraulic properties in unsaturated porous media. Chaos, Solitions and Fractals, ۱۹ : ۳۲۷-۳۳۷.
Yang P. L., Luo Y.P. and Shi Y.C. ۱۹۹۳.Fractal feature of soil on expression by mass distribution of particle size. Chin. Sci. Bull. ۳۸ (۲۰), ۱۸۹۶-۱۸۹۹, (In Chinese).
Yoder R.E. ۱۹۳۶.A direct method of aggregate analysis and a study of a pHysical nature of erosion losses. J. Am. Agron, ۲۸ : ۳۳۷-۳۵۱.

Abstract

In recent years, using fractal models and concepts have been grown in soil science. In current experiment, the accuracy of fractal models in fitting to the particle size distribution and macro aggregate as well as micro aggregate size distributions were compared and their ranges of fractal dimensions were determined. For this purpose, ۱۲۹ soil samples were gathered from specific locations of Hamedan and Gilan provinces, based on soil series. Then Taylor and Wheatcraft , Baird et al., Perrier and Baird, Young et al and Kravchenko and Zank fractal models were fitted to the particle, macro and micro aggregate size distributions. Results showed that among the fractal models of the particle, macro and micro aggregate size distributions highest coefficient of determination and lowest root-mean-square error were obtained by Perrier and Baird, Baird and Taylor and Wheatcraft models, respectively. Also there was a difference in the ranges of fractal dimensions for each model and each distribution.